

各位同學，由於題目很多，所以不以小測形式而改為以工作紙形式。希望大家盡力做，請相信自己的能力！下面已大致包含了所有大家應該要知的知識和技巧。

完成時間：3 小時。

日期：22/12/2008

1. 將下列各式分解為因式。

(a) $-2a + 162ac^2$

$$\begin{aligned} &= 2a(-1 + 81c^2) \\ &= 2a(81c^2 - 1) \\ &= 2a[(9c)^2 - 1^2] \\ &= 2a(9c - 1)(9c + 1), \end{aligned}$$

(b) $12x - 9 - 4x^2$

$$\begin{aligned} &= -4x^2 + 12x - 9 \\ &= -(4x^2 - 12x + 9) \\ &= -[(2x)^2 - 2(2x)(3) + 3^2] \\ &= -(2x - 3)^2, \end{aligned}$$

(c) $-18 + 9x + 2x^2$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 + 9x - 18 \\ &= (2x - 3)(x + 6), \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad -3 \\ \times \quad 6 \\ \hline -3x + 12x = 9x \end{array}$$

(d) $5x^3 - 320$

$$\begin{aligned} &= 5(x^3 - 64) \\ &= 5(x^3 - 4^3) \\ &= 5(x - 4)(x^2 + 4x + 16) \\ &= 5(x - 4)(x^2 + 8x + 16), \end{aligned}$$

(e) $16p^2 - 8pq + q^2 - r^2$

$$\begin{aligned} &= [(4p)^2 - 2(4p)(q) + q^2] - r^2 \\ &= (4p - q)^2 - r^2 \\ &= [(4p - q) - r][(4p - q) + r] \\ &= (4p - q - r)(4p - q + r), \end{aligned}$$

2. 化簡下列各式，並以正指數表示答案。

$$(a) \frac{-(u^2v^{-3})^{-2}}{(-vu^8)^{-1}}$$

$$= \frac{-u^{-4}v^6}{-v^{-1}u^8}$$

$$= \frac{u^{-4}v^6}{v^{-1}u^8}$$

$$= \frac{v^6v^1u^8}{u^8}$$

$$= v^{6+1}u^{8-8}$$

$$= v^7u^0$$

$$(b) 3^{-1}x^2y^4 \div (-5x^3y^3)^{-2}$$

$$= \frac{x^2y^4}{3} \div (5^{-2}x^{-6}y^{-6})$$

$$= \frac{x^2y^4}{3} \times \frac{1}{5^{-2}x^{-6}y^{-6}}$$

$$= \frac{x^2y^4}{3} \times (5^2x^6y^6)$$

$$= \frac{5^2x^2y^4 \times 5^6x^6y^6}{3}$$

$$= \frac{25x^8y^{10}}{3}$$

3. 用科學記數法表示下列各數。

$$(a) 5.9 \times 10^{-22} - 3.9 \times 10^{-23}$$

$$= 5.9 \times 10^{-22} - 0.39 \times 10^{-22}$$

$$= 5.51 \times 10^{-22}$$

(b) $5.2 \times 10^{15} + \frac{360,000,000 \times 400,000,000,000}{30000}$

$$= 5.2 \times 10^{15} + \frac{(3.6 \times 10^8) \times (4 \times 10^{11})}{3 \times 10^4}$$

$$= 5.2 \times 10^{15} + \frac{3.6 \times 4}{3} \times \frac{10^8 \times 10^{11}}{10^4}$$

$$= 5.2 \times 10^{15} + 4.8 \times 10^{15}$$

$$= 10 \times 10^{15}$$

$$= 1 \times 10^{16}$$

4. 浩暉的電腦硬碟容量是 8.3×10^{11} B (B 代表位元組)，已儲存在硬碟包括：

檔案類型	所佔空間 (B)
作業系統	6.7×10^{10}
文書處理系統	9.2×10^9
網頁瀏覽器	3.7×10^9
圖片檔案	1.3×10^{10}
文字檔案	2.3×10^9
其他軟件程式	5.3×10^{10}

(a) 浩暉的硬碟尚餘多少空間？

$$\begin{aligned} \text{尚餘} &= 8.3 \times 10^{11} - 6.7 \times 10^{10} - 9.2 \times 10^9 - 3.7 \times 10^9 - 1.3 \times 10^{10} \\ &\quad - 2.3 \times 10^9 - 5.3 \times 10^{10} \\ &= 8.3 \times 10^{11} - 0.67 \times 10^{11} - 0.092 \times 10^{11} - 0.037 \times 10^{11} - 0.13 \times 10^{11} \\ &\quad - 0.023 \times 10^{11} - 0.53 \times 10^{11} \\ &= 6.818 \times 10^{11} \text{ B} \end{aligned}$$

(b) 浩暉透過電子郵件把他所有的文字檔案傳送給俊傑。如果每傳送 1B 需時 1.7×10^{-4} s，需要多長時間才可把浩暉的文字檔案全部傳給俊傑？

$$\begin{aligned} \text{需要} &= 1.7 \times 10^{-4} \times 2.3 \times 10^9 \\ &= 1.7 \times 2.3 \times 10^{-4+9} \\ &= 3.91 \times 10^5 \text{ s} \end{aligned}$$

8. 判斷下列各數是否有理數。

(a) 是 $6.28 = \frac{628}{100}$	(b) 是 $\sqrt{9} = \frac{3}{1}$	(c) 是 $\frac{6}{11}$	(d) 是 $10 = \frac{10}{1}$
(e) 不是 $\sqrt{17}$	(f) 是 (循環) $7.3\bar{8}$	(g) 不是 π	(h) 不是 (非循環) $9.14709653218\dots$

9. 將下列各數化為 $\frac{a}{b}$ 的形式，其中 a, b 是整數且 $b > 0$ 。

(a) $-9 = -\frac{9}{1}$	(b) $4.3 = \frac{43}{10}$
(c) $4.\dot{3}$ 設 $x = 4.\dot{3} = 4.3333\dots$ $10x = 43.3333\dots$ $10x - x = 43.3333\dots - 4.3333\dots$ $9x = 39$ $x = \frac{39}{9}$ $= \frac{13}{3}$ $\therefore 4.\dot{3} = \frac{13}{3}$	(d) $1.0\dot{4}7$ 設 $x = 1.0\dot{4}7 = 1.04747\dots$ $100x = 104.74747\dots$ $100x - x = 104.74747\dots - 1.04747\dots$ $99x = 103.7$ $x = \frac{103.7}{99}$ $= \frac{1037}{990}$ $\therefore 1.0\dot{4}7 = \frac{1037}{990}$
(e) $-2.\dot{1}6\dot{3}$ 設 $x = -2.\dot{1}6\dot{3} = -2.163163\dots$ $1000x = -2163.163163\dots$ $1000x - x = -2163.163163\dots - (-2.163163\dots)$ $999x = -2161$ $x = -\frac{2161}{999}$ $\therefore -2.\dot{1}6\dot{3} = -\frac{2161}{999}$	

10. 設 $\sqrt{3}=a$ 及 $\sqrt{5}=b$ 。試以 a 和 b 表示 $\sqrt{12}+\sqrt{240}$

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} + \sqrt{240} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{2^4 \times 3 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2^4} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{3} + 2^2\sqrt{3} \times \sqrt{5} \\ &= 2a + 4ab \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12} \\ \underline{2 \times 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \\ \underline{2 \times 120} \\ 2 \overline{)60} \\ \underline{2 \times 30} \\ 3 \overline{)30} \\ \underline{3 \times 10} \\ 0 \end{array}$$

11. 化簡下列各式。

(a) $\sqrt{72} + \sqrt{76} - \sqrt{50}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2^3 \times 3^2} + \sqrt{2^2 \times 19} - \sqrt{2 \times 5^2} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} + 2\sqrt{19} - \sqrt{2} \times 5 \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2^2} \times 3 + 2\sqrt{19} - 5\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \times 2 \times 3 + 2\sqrt{19} - 5\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} + 2\sqrt{19} - 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)72} \\ \underline{2 \times 36} \\ 2 \overline{)36} \\ \underline{2 \times 18} \\ 3 \overline{)18} \\ \underline{3 \times 6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)76} \\ \underline{2 \times 38} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)50} \\ \underline{2 \times 25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{19} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{19} \end{aligned}$$

(b) $\sqrt{18} \times \sqrt{96} \times \sqrt{40} \div \sqrt{45}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2 \times 3^2} \times \sqrt{2^5 \times 3} \times \sqrt{2^3 \times 5} \div (\sqrt{3^2 \times 5}) \\ &= (\sqrt{2} \times \sqrt{3^2}) \times (\sqrt{2^5} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{2^3} \times \sqrt{5}) \div (\sqrt{3^2} \times \sqrt{5}) \\ &= 3\sqrt{2} \times (\sqrt{2^4} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{2^3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}) \div (3\sqrt{5}) \\ &= 3\sqrt{2} \times (2^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times (2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}) \div (3\sqrt{5}) \\ &= (3 \times 2^2 \times 2 \div 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \div \sqrt{5}) \\ &= 8 \times (2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \div \sqrt{5}) \\ &= 16\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)18} \\ \underline{2 \times 9} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)96} \\ \underline{2 \times 48} \\ 2 \overline{)48} \\ \underline{2 \times 24} \\ 2 \overline{)24} \\ \underline{2 \times 12} \\ 2 \overline{)12} \\ \underline{2 \times 6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ \underline{2 \times 20} \\ 2 \overline{)20} \\ \underline{2 \times 10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)45} \\ \underline{3 \times 15} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad & (-\sqrt{3}+2\sqrt{2})(\sqrt{2}-\sqrt{3}) \\
 & = -\sqrt{6} + 3 + 2 \times 2 - 2\sqrt{6} \\
 & = 3 + 4 - \sqrt{6} - 2\sqrt{6} \\
 & = 7 - 3\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

12. 將下列各式有理化。

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \frac{3}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{7}}{7} \\
 & = \frac{3 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} - \frac{\sqrt{7}}{7} \\
 & = \frac{3\sqrt{7}}{7} - \frac{\sqrt{7}}{7} \\
 & = \frac{3\sqrt{7} - \sqrt{7}}{7} \\
 & = \frac{2\sqrt{7}}{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad & \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{3}{\sqrt{5}} \\
 & = \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\
 & = \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{3\sqrt{5}}{5} \\
 & = \frac{5\sqrt{5}}{15} - \frac{9\sqrt{5}}{15} \\
 & = -\frac{4\sqrt{5}}{15}
 \end{aligned}$$

(c) $\sqrt{\frac{121}{8}} + \sqrt{\frac{32}{25}}$

$$= \frac{11}{\sqrt{8}} + \frac{\sqrt{32}}{5}$$

$$= \frac{11}{\sqrt{2^3}} + \frac{\sqrt{2^5}}{5}$$

$$= \frac{11}{2\sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

$$= \frac{11 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

$$= \frac{11\sqrt{2}}{4} + \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

$$= \frac{55\sqrt{2}}{20} + \frac{16\sqrt{2}}{20}$$

$$= \frac{71\sqrt{2}}{20}$$

13. 穎聰將 \$120,000 存入銀行 4 年。已知文濬銀行的年利率為 2.4%，每半年計算複利息一次；曉嵐銀行的年利率則為 2.8%，以單利息計算。問他應存入哪間銀行？

文濬銀行的利息 = $120000 \times \left(1 + \frac{2.4\%}{2}\right)^{2 \times 4} - 120000$
 $= \$12015.62803$

曉嵐銀行的利息 = $120000 \times 2.8\% \times 4$
 $= \$13440$

所以他應存入曉嵐銀行。

14. 苑文於 10 月時花費了 \$600，11 月的花費比 10 月的少了 30%。12 月是聖誕節假期，所以花費又多了 125%。問她在 12 月時的花費是多少？

12 月時的花費 = $600(1 - 30\%)(1 + 125\%)$
 $= \$945$

15. 倩琪油站上個月減價 2%，今個月再減價 3%，問減價前和減價後的油價百分數增減是多少？

設 x 為減價前的油價

$$\begin{aligned} \text{減價後的油價} &= x(1-2\%)(1-3\%) \\ &= 0.9506x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{百分數增減} &= \frac{0.9506x - x}{x} \times 100\% \\ &= \frac{-0.0494x}{x} \times 100\% \\ &= -4.94\% \end{aligned}$$

16. 一包咖啡包的成本如下：

原料	\$0.2
廣告	\$8.6
運輸	\$1.2

現在原料成本下降 20%，廣告成本上升 4%，運輸成本上升 2%。求咖啡包成本的百分數增減。

$$\begin{aligned} \text{原來的成本} &= 0.2 + 8.6 + 1.2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{新的成本} &= 0.2(1-20\%) + 8.6(1+4\%) + 1.2(1+2\%) \\ &= 0.16 + 8.944 + 1.224 \\ &= 10.328 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{百分數增減} &= \frac{10.328 - 10}{10} \times 100\% \\ &= \frac{0.328}{10} \times 100\% \\ &= 3.28\% \end{aligned}$$

17. 已知匯景花園某單位的應課差餉租值為\$96000，若差餉率為5%，求業主應繳的每季差餉。

$$\begin{aligned} \text{每季差餉} &= \frac{96000 \times 5\%}{4} \\ &= \$12000 \end{aligned}$$

18. 已知洛維每年要繳交\$7000的差餉，求他的物業的應課差餉租值。

$$\begin{aligned} \text{應課差餉租值} &= \frac{7000}{5\%} \\ &= \$140000 \end{aligned}$$

19. 維樂去年的年薪有\$200,000。已知去年的免稅額為\$100,000，薪俸稅率如下表所示，求她去年應繳的薪俸稅。

應課稅入息實額	稅率
最初的\$35,000	3%
其次的\$35,000	10%
其次的\$35,000	16%
餘額	24%

$$\begin{aligned} \text{應課稅入息實額} &= 200000 - 100000 \\ &= 100000 \end{aligned}$$

$$= 35000 + 35000 + 30000$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{薪俸稅} &= 35000 \times 3\% + 35000 \times 10\% + 30000 \times 16\% \\ &= \$9350 \end{aligned}$$

20. 承上題，今年政府調整稅率如下表所示。若維樂今年繳交的薪俸稅仍與去年一樣，求她今年的應課稅入息實額。

應課稅入息實額	稅率
最初的\$30,000	2%
其次的\$30,000	8%
其次的\$30,000	14%
餘額	20%

$$\begin{aligned} \text{最初的上限} &= 30000 \times 2\% = \$600 \\ \text{其次的上限} &= 30000 \times 8\% = \$2400 \\ \text{其次的上限} &= 30000 \times 14\% = \$4200 \end{aligned}$$

$$\therefore 9350 = 600 + 2400 + 4200 + 2150$$

∴ 她今年的應課稅入息實額

$$\begin{aligned} &= 30000 + 30000 + 30000 + 2150 \div 20\% \\ &= \$100750 // \end{aligned}$$

21. 解下列各不等式，並在數線上表示它的解。

(a) $2 - \frac{x}{3} \leq \frac{x+1}{3}$

$$2 \leq \frac{x+1}{3} + \frac{x}{3}$$

$$2 \leq \frac{x+1+x}{3}$$

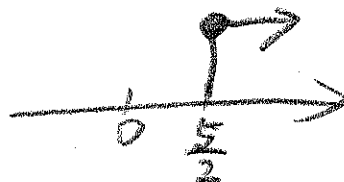
$$2 \leq \frac{2x+1}{3}$$

$$6 \leq 2x+1$$

$$5 \leq 2x$$

$$\frac{5}{2} \leq x$$

$$x \geq \frac{5}{2} //$$

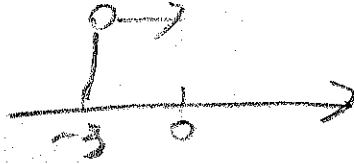


(b) $3x - 2 < 6x + 7$

$$3x - 6x < 7 + 2$$

$$-3x < 9$$

$$x > -3$$



(c) $\frac{3x-2}{5} \geq \frac{2x+3}{-3}$

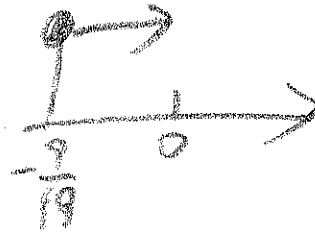
$$-3(3x-2) \leq 5(2x+3)$$

$$-9x+6 \leq 10x+15$$

$$-9x-10x \leq 15-6$$

$$-19x \leq 9$$

$$x \geq -\frac{9}{19}$$



(d) $\frac{x-1}{2} - \frac{3(x-2)}{3} > \frac{3x}{4}$

$$\frac{x-1}{2} - \frac{3x-6}{3} > \frac{3x}{4}$$

$$12\left(\frac{x-1}{2}\right) - 12\left(\frac{3x-6}{3}\right) > 12\left(\frac{3x}{4}\right)$$

$$6(x-1) - 4(3x-6) > 9x$$

$$6x-6-12x+24 > 9x$$

$$6x-12x-9x > 6-24$$

$$-15x > -18$$

$$x < \frac{-18}{-15}$$

$$x < \frac{6}{5}$$

